

Stanislav ŠKRABL  
doc.dr., dipl.inž.gradb., Univerza v Mariboru, Fakulteta za gradbeništvo

Borut MACUH  
asist., dipl.inž.gradb., Univerza v Mariboru, Fakulteta za gradbeništvo

## **DOLOČANJE KRITIČNIH PORUŠNIH PLOSKEV**

**POVZETEK:** Prispevek podaja postopek določanja varnosti ravninskih zemeljskih pobočij po metodi minimizacije potencialne in deformacijske energije. Posebna pozornost je namenjena določanju kritičnih porušnih mehanizmov, s poudarkom na obravnavi običajnih približnih postopkov, ki jih uporabljamo v geotehnični praksi.

Drugi del prispevka obravnava numerične postopke določanja kritičnih potencialnih porušnih ploskev po metodi postopnih aproksimacij. Članek podaja tudi primerjavo dobljenih rezultatov po energijski metodi z rezultati stabilnostnih analiz izvedenih po običajnih ravnovesnih metodah, ki so navedeni v znanstveni literaturi. V zaključkih so navedene nekatere prednosti in pomanjkljivosti obravnavane metode.

## **DETERMINATION OF CRITICAL FAILURE SURFACES**

**SUMMARY:** The procedure for safety factor determination of the plane sliding surface according to the method of the potential and deformation energy minimization is presented in the paper. Explicit caution is given on critical failure mechanism determination, with emphasize consideration on approximative approaches used in geotechnical practice.

The numerical procedures of critical potential slide surfaces determination according to the step by step approximation method are considered in the second part. The comparison of the energy method results with results evaluated with ordinary limit equilibrium methods from scientific literature is given in a paper. Some advantages and disadvantages of considered method are discussed in conclusions.

## UVOD

Klasične metode stabilnostnih analiz zemeljskih pobočij, kjer obravnavamo potencialno porušno telo razdelimo na poljubno število togih blokov, ter nato na osnovi ravnovesnih pogojev in Mohr-Coulombovega kriterija plastifikacije določamo medblokove (interakcijske) sile in varnostne količnike pobočij, se vsestransko uporabljajo v geotehnični praksi. Ker je takšna analiza stabilnosti vezana na določeno število aproksimacij (problem je statično nedoločen), so dobljeni rezultati v veliki meri odvisni od privzetih supozicij in geometrijskih podatkov analiziranega porušnega mehanizma. Klasične metode stabilnostnih analiz večinoma temeljijo na predpostavki vertikalnih rezin ter zanemarjajo vplive strižnih sil na teh ploskvah. V novejših postopkih je posamezne deleže strižnih sil sicer mogoče upoštevati, vendar je izbira njihovih velikosti prepuščena intuiciji uporabnikov.

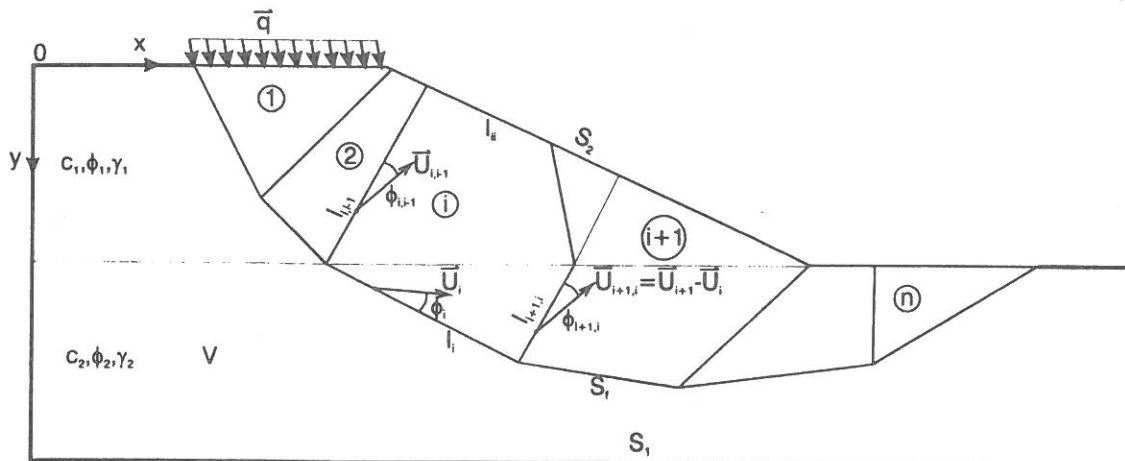
Energijske metode temeljijo na osnovnem ravnotežnem principu, da je vsota sprememb potencialne in deformacijske energije enaka nič za vse ravnotežne sisteme. Bistvena prednost energijskih metod pred obravnavo stabilnosti pobočij z ravnotežnimi pogoji je predvsem v tem, da so pogoji stabilnosti izraženi z enim samim skalarnim izrazom za vsaki neodvisni način gibanja, ter v primeru izbire optimalnega porušnega mehanizma v enotnem varnostnem količniku, ki ni odvisen od intuicije uporabnika.

## TEORETIČNE OSNOVE

Pri ravninskih stabilnostnih analizah pobočij obravnavamo pogoje ravnotežja območja  $V$ , ki ga omejujeta ploskvi  $S_1$  in  $S_2$  (glej sliko 1). Območje  $V$  izpolnjujejo zemljine in hribine za katere velja Mohr-Coulombov kriterij porušitve. V primeru, da obravnavano pobočje doseže mejno stanje se le-to obnaša idealno plastično ter se znotraj območja  $V$  aktivira potencialna porušna ploskev  $S_f$ , ki omejuje stabilni oz. nestabilni del analiziranega pobočja. Znotraj območja  $V$  mora dobljena rešitev za vse brezkraino majhne elemente ustrezati ravnovesnim pogojem med tem, ko mora le-ta na robnih ploskvah  $S_1$  in  $S_2$  ustrezati robnim pogojem predpisanih pomikov oz. znanih površinskih obremenitev.

$$X \in V; \sigma_{ji} - \xi = 0 \quad (1); \quad X \in S_1; v_j = \bar{v}_j = 0 \quad (2); \quad X \in S_2; q_i = -\sigma_{ij}n_j = \bar{q}_i, \quad (3)$$

kjer  $X$  označuje poljubno točko v območju  $V$ ,  $\sigma_{ji}$  in  $\xi$  komponente napetostnega tenzorja in prostorninskih obremenitev,  $v_j$  ter  $\bar{v}_j$  oz.  $q_i$  ter  $\bar{q}_i$  označujejo polja neznanih ter znanih pomikov oz. površinskih obremenitev in  $n_j$  komponento zunanje normale.



Slika 1: Analizirano območje s pripadajočimi robnimi ploskvami

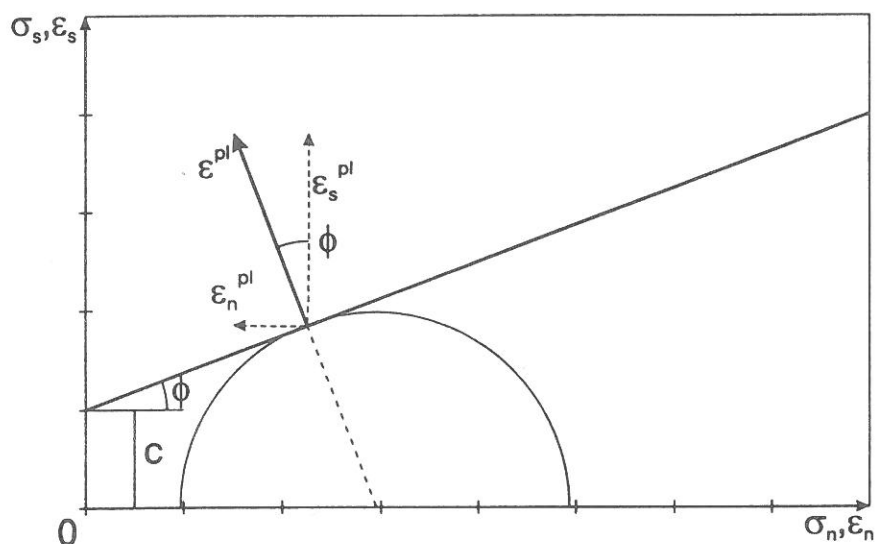
Za obravnavani primer je nedvoumno mogočih več različnih numeričnih rešitev. Med vsemi možnimi rešitvami moramo poiskati tisto pri kateri je vsota napak z ozirom na podane pogoje (enačbe 1, 2 in 3) znotraj analiziranega območja najmanjša.

Potencialno drsno telo (glej sliko 1) razdelimo na n-togih blokov, kjer so deformacije mogoče le v kontaktnih ploskvah med porušnico oz. tudi med posameznimi bloki. Relacija (1) mora biti izpolnjena za vse kinematično dopustne premike togih blokov, ki tvorijo potencialno porušno telo omejeno s ploskvama  $S_2$  in  $S_f$ .

V ploskvah možnih relativnih premikov se zemljine obnašajo idealno plastično ter zato lahko vektor plastičnih deformacij izrazimo:

$$\delta \varepsilon_{ij}^p = \delta \lambda f(\sigma_{ij})_{,\sigma_{ij}}, \quad (4)$$

kjer  $f$  označuje Mohr-Coulombovo ploskev plastifikacije in  $\lambda$  nenegativno konstanto. Smeri plastičnih deformacij so prikazane na sliki 2 v obliki njihovih normalnih  $\varepsilon_n$  in strižnih komponent  $\varepsilon_s$ , smeri relativnih premikov posameznih togih blokov so prikazane na sliki 1.



Slika 2: Mohr-Coulombov kriterij asociativnih idealno plastičnih zemljin

Ker obravnavamo območju pod porušno ploskvijo  $S_f$  kot nepodajno, se lahko posamezni togi bloki premikajo le translatorno po porušni ploskvi (glej sliko 1), ki jo ponazarjamo z odsekovno ravnimi ploskvami (poligonalno porušnico). Z enotnim premikom enega izmed togih blokov lahko zato izrazimo relativne premike oz. normalne in strižne deformacije na vseh mejnih ploskvah posameznih blokov.

Ker za ravnotežne sisteme vseh kinematično dopustnih premikov togih blokov velja zakonitost o minimalni vsoti sprememb potencialne in deformacijske energije, lahko pogoj mejnega plastičnega ravnotežja iz vrednotimo:

$$\sum_{i=1}^n U_i \left\{ \int_{V_i} (f_y \sin(\alpha_i - \varphi_{mi}) + f_x \cos(\alpha_i - \varphi_{mi})) dV_i + \int_{l_i} (q_y \sin(\alpha_i - \varphi_{mi}) + q_x \cos(\alpha_i - \varphi_{mi})) dl_i \right\} + \sum_{i=1}^n U_i \left\{ \int_{l_i} [u \sin(\varphi_{mi}) - c_{mi} \cos(\varphi_{mi})] dl_i \right\} + \sum_{i=1}^{n-1} U_{i+1} \left\{ \int_{l_{i+1,i}} [u \sin(\varphi_{mi+1,i}) - c_{mi+1,i} \cos(\varphi_{mi+1,i})] dl_{i+1,i} \right\} = 0 \quad (5)$$

kjer sta  $\varphi_{mi}$  in  $c_{mi}$  oz.  $\varphi_{mi+1,i}$  in  $c_{mi+1,i}$  mobilizirani strižni kot in mobilizirana kohezijska trdnost na porušni ploskvi oz. v ploskvah med posameznimi togimi bloki ter  $u$  porni tlak. Varnostni količnik analizirane porušne ploskve iz vrednotimo z iteracijskim postopkom z izpolnitvijo relacije (5).

Za oceno varnostni pobočja privzamemo tisti varnostni količnik, ki je za vse možne porušne ploskve na obravnavanem pobočju minimalen. Možne so vse tiste porušne ploskve, ki so kinematično dopustne. Med kinematično dopustne pa prištevamo le tiste, kjer so variacije posameznih relativnih pomikov končne vrednosti ob dodatni omejitvi, da je naklonski kot posameznih ravnih deležev poligonalne porušne ploskve manjši ali večji od vseh predhodnih.

## DOLOČITEV KRITIČNE PORUŠNE PLOSKVE

Kritična porušna ploskev (kritična porušnica) je definirana kot poligonalna ploskev za katero je izveden globalni varnostni količnik  $F = \tan\varphi_i / \tan\varphi_{mi} = \tan\varphi_{i+1,j} / \tan\varphi_{mi+1,i} = c_i / c_{mi} = c_{i+1,j} / c_{mi+1,i}$  ob hkratni izpolnitvi relacije (5) najmanjši. Torej je ob predpostavki enake mobilizacije razpoložljivega strižnega odpora zemljin vzdolž porušne ploskve kakor tudi med posameznimi bloki, varnost pobočja odvisna le od oblike izbranega porušnega mehanizma  $F = F(x_i, y_i)$ , kjer  $x_i$  oz.  $y_i$  označujeta koordinate točk porušnega mehanizma. Pogoji za nastop minimalne vrednosti varnostnega količnika pobočja za izbrani kinematično dopustni porušni mehanizem so naslednji:

$$F(x_i, y_i) = F_{\min}; \quad F(x_i, y_i)_{,x_i} = 0; \quad F(x_i, y_i)_{,x_i} > 0 \text{ in } F(x_i, y_i)_{,y_i} = 0; \quad F(x_i, y_i)_{,y_i} > 0 \quad (6)$$

Navedeni pogoji za izveden minimalnega varnostnega količnika so zelo zahtevni saj je problem nekonveksen in močno nelinearen. V literaturi [1] je navedenih več numeričnih metod, ki omogočajo doseganje zastavljenega cilja. Med največkrat uporabljenimi metodami navajamo naslednje: Simplex Method (SM), Steepest Descent Method (SDM), Conjugate Gradient Method (CGM), Univariate Method (UM) in Pattern Search Method (PSM) za katere je skupna lastnost le-ta, da zelo počasi konvergirajo.

Zaradi zahtevnosti je po našem mnenju smiselno uporabiti le enostavne in robustne numerične metode. Ena izmed njih je enostavna metoda postopnega približevanja (MPP), kjer v  $r$ -tem iteracijskem koraku novi približek  $k$  iskani kritični porušnici izvednotimo:

$$x_i^{r+1} = x_i^r + x_{i,x_i}^r \Delta x_i / \text{abs}(x_{i,x_i}^r); \quad y_i^{r+1} = y_i^r + y_{i,y_i}^r \Delta y_i / \text{abs}(y_{i,y_i}^r) \quad (7)$$

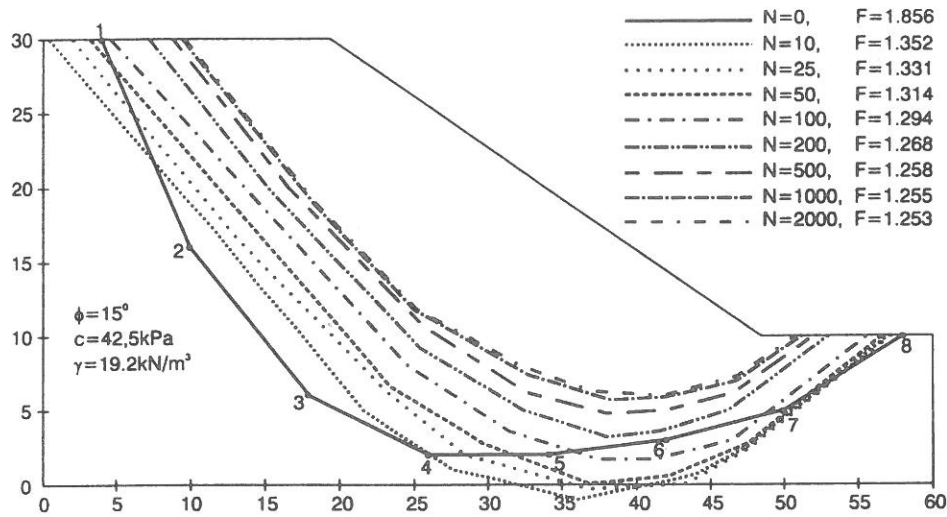
kjer sta  $\Delta x_i$  in  $\Delta y_i$  iteracijska koraka, ki sta ob pričetku postopka enaka desetini povprečne širine oz. višine posameznega bloka nato pa se v iterativnem postopku zmanjšujeta za po 10% v vsakem iteracijskem ciklusu, kjer doseženi varnostni količnik ni manjši od predhodnega.

## PRAKTIČNI PRIMER

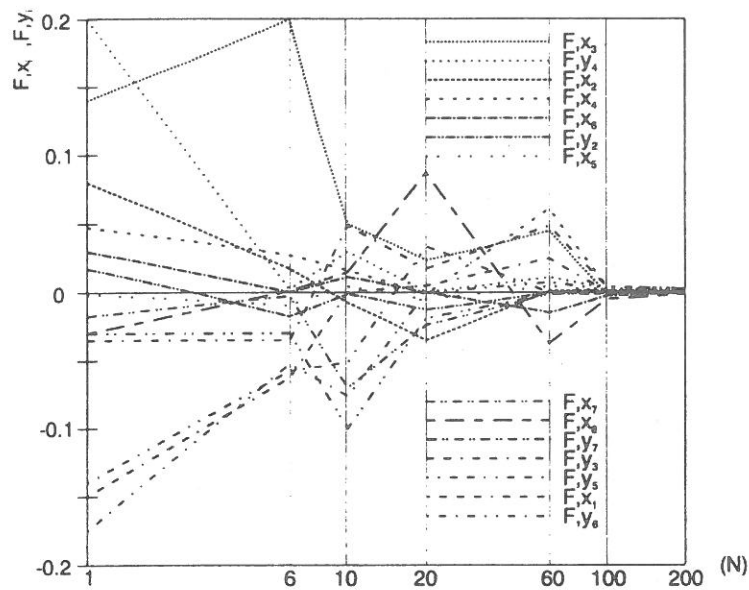
Uporabnost navedene metode ponazarjamo z oceno stabilnosti homogenega pobočja višine 20 m. Geometrijski in stratigrafski podatki zemljinkega pobočja so prikazani na sliki 3. Na isti sliki je za poljubno izbrano začetno porušnico prikazano postopno približevanje  $h$  kritični porušni ploskvi za primer analize po MPP. Na sliki 4 je razvidno zmanjševanje gradienta varnostnega količnika oziroma njegovih odvodov po vseh neodvisnih koordinatah.

Na sliki 5 je prikazana začetna in kritična porušna ploskev ter pripadajoča varnostna količnika za primer, kjer je upoštevan celotni razpoložljivi odpor zemljin (tudi na bočnih ploskvah) pred porušitvijo.

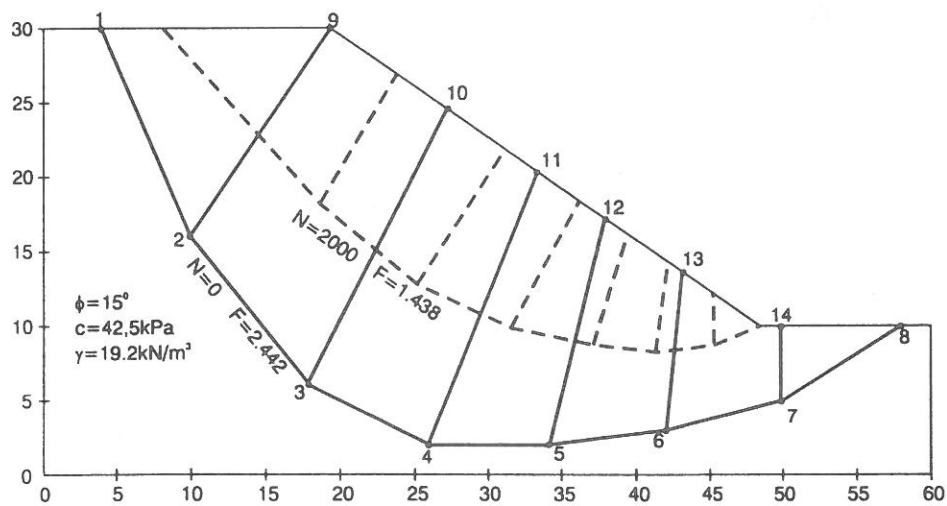
Postopek določanja kritične porušnice po SM, SDM, CGM, UM in PSM metodah je izveden po poenostavljeni Janbu-jevi metodi, medtem, ko smo kritično porušnico po MPP določili po energijski metodi. Zaradi primerljivosti rezultatov smo tudi pri energijski metodi upoštevali enake predpostavke kot pri Janbu-jevem postopku. Doseženi varnostni količniki so za posamezne iteracijske cikle za vse obravnavane metode prikazani na sliki 6.



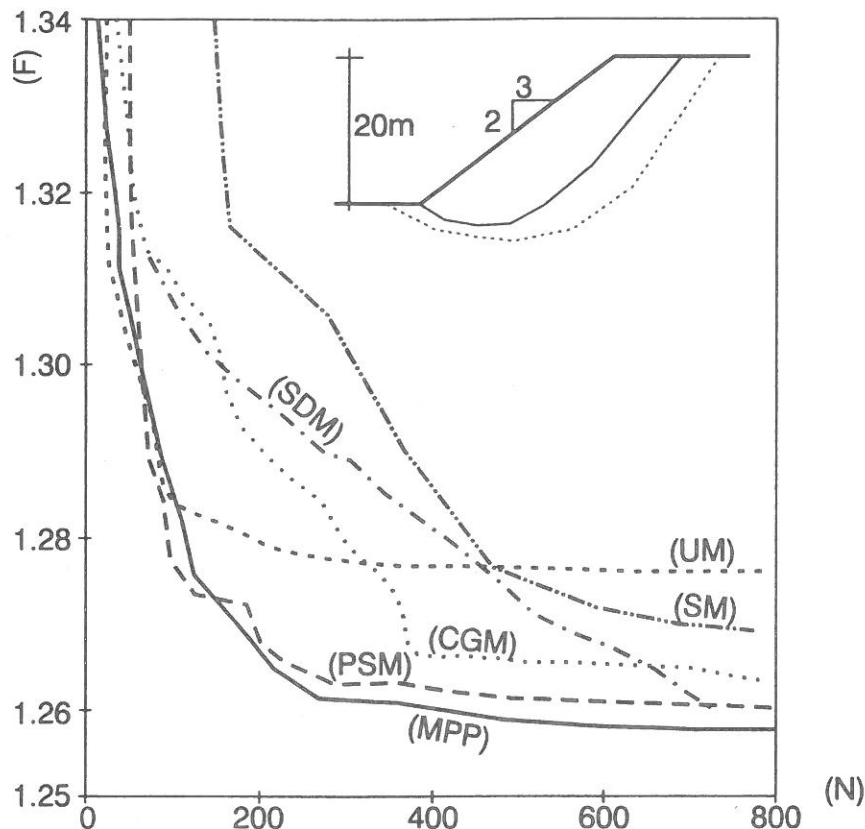
Slika 3: Določanje kritične porušne ploskve po MPP z geometrijskimi in stratigrafskimi podatki



Slika 4: Zmanjševanje gradienta varnostnega količnika v odvisnosti od števila iteracij (N)



Slika 5: Začetna in kritična porušna ploskev z upoštevanjem bočnega odpora med bloki



Slika 6: Sovisnice varnostnih količnikov  $F$  v odvisnosti od števila iteracij ( $N$ )

## ZAKLJUČEK

Na osnovi rezultatov opravljenih analiz ocenjujemo, da so rezultati, dobljeni po energijski kakor tudi po metodi mejnega ravnovesja togih blokov, povsem enaki. Prednosti energijske metode so predvsem v enostavnejši numerični analizi, zlasti še v primerih kadar upoštevamo tudi vplive strižnih sil v bočnih ploskvah med posameznimi bloki.

Za določanje kritične porušne ploskve ocenjujemo numerični postopek MPP kot primeren, zlasti zaradi njegove enostavnosti in predvsem še zato, ker že po majhnem številu iteracij kaže na zadovoljiv približek varnostnega količnika. Menimo, da je za natančnejše določanje kritičnih porušnih ploskev nujno opraviti večje število iteracij.

Predvsem pa je potrebno poudariti, da problematičnost stabilnostnih analiz, ki temeljijo na principih togih blokov, ostaja še naprej aktualna, ker so dobljeni rezultati predvsem varnostni količniki in oblike kritičnih porušnih ploskev odvisni predvsem od predpostavljenih vplivov medblokovnih strižnih sil ter izbranih mehanizmov porušitve.

Za poenotenje pojmov enotnih varnostnih količnikov obravnavanih pobočij menimo, da je dopustna uporaba le takšnih numeričnih postopkov, kjer so upoštevani vsi dejanski vplivi ter porušne ploskve, ki izkazujejo minimalne vrednosti varnostnih količnikov.

## LITERATURA

- [1] Greco, V.R. (1988), Numerical Methods for Locating the Critical Slip Surface in Slope Stability Analysis, Numerical Methods in Geomechanics (Innsbruck 1988), 1219-1223.
- [2] Michalowski, R.L. (1995), Slope Stability Analysis: A Kinematical Approach, Geotechnique 45, No. 2, 283-293.
- [3] Gussmann, P. (1988), KEM in Geomechanics, Numerical Methods in Geomechanics (Innsbruck 1988), 823-828.